

X02U - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - Progetto "AUTONOMIA"

Indirizzi: SCIENTIFICO - SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Quale è la capacità massima, espressa in centilitri, di un cono di apotema 2 dm?
2. Dare un esempio di polinomio P(x) il cui grafico tagli la retta y=2 quattro volte.
3. Dimostrare, usando il **teorema di Rolle** [da *Michel Rolle*, matematico francese, (1652-1719)], che se l'equazione:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0$$

ammette radici reali, allora fra due di esse giace almeno una radice dell'equazione:

$$nx^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + \dots + a_1 = 0$$

4. Dare un esempio di solido il cui volume è dato da $\int_0^1 px^3 dx$.
5. Verificare che l'equazione $x^3 - 3x + 1 = 0$ ammette tre radici reali. Di una di esse, quella compresa tra 0 e 1, se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati.
6. Dopo aver illustrato il significato di funzione periodica dare un esempio di funzione trigonometrica di periodo $\frac{2}{3}p$.
7. Nell'esperimento del lancio di una moneta non truccata, calcolare la probabilità di avere almeno 6 teste in 9 lanci.
8. Tre scatole A, B e C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene 2000 lampade con il 5% di esse difettose, B ne contiene 500 con il 20% difettose e C ne contiene 1000 con il 10% difettose.
Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Quale è la probabilità che essa sia difettosa?
9. Perché "geometria non euclidea"? Che cosa viene effettivamente negato della geometria euclidea?
10. Esporre una strategia numerica per il calcolo approssimato di

$$\log 3 = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario di italiano.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

X02U - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - Progetto "AUTONOMIA"

Indirizzi: SCIENTIFICO - SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti proposti nel questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano sono dati: il cerchio γ di diametro $OA = a$, la retta t tangente a γ in A , una retta r passante per O , il punto B , ulteriore intersezione di r con γ , il punto C intersezione di r con t .

La parallela per B a t e la perpendicolare per C a t s'intersecano in P . Al variare di r , P descrive il luogo geometrico G noto con il nome di *versiera di Agnesi* [da *Maria Gaetana Agnesi*, matematica milanese, (1718-1799)].

1. Si provi che valgono le seguenti proporzioni:

$$OD : DB = OA : DP$$

$$OC : DP = DP : BC$$

ove D è la proiezione ortogonale di B su OA ;

2. Si verifichi che, con una opportuna scelta del sistema di coordinate cartesiane ortogonali e

monometriche Oxy , l'equazione cartesiana di Γ è: $y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$;

3. Si tracci il grafico di G e si provi che l'area compresa fra G e il suo asintoto è quattro volte quella del cerchio γ .

PROBLEMA 2

Nel piano, riferito ad assi cartesiani ortogonali e monometrici Oxy , è dato il rettangolo $OABC$ con i vertici A e C di coordinate rispettive $(2, 0)$ e $(0, 1)$. Sia P un punto sul lato OA .

1. Si determini la posizione di P che massimizza l'angolo $C\hat{P}B$. Si calcoli tale valore massimo e lo si indichi con δ .

2. Si descrivano i luoghi geometrici Φ e Γ dei punti del piano che vedono il lato CB sotto angoli costanti di ampiezze rispettive δ e $\frac{\delta}{2}$.

3. Si calcoli l'area della regione finita di piano racchiusa tra Φ e Γ .