

X02U - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - QUINQUENNIO AUTONOMIA

Indirizzi: SCIENTIFICO E SCIENTIFICO - TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano Oxy sono date le curve λ e r d'equazioni:

$$\lambda : x^2 = 4(x - y) \quad \text{e} \quad r : 4y = x + 6$$

1. Si provi che λ e r non hanno punti comuni.
2. Si trovi il punto $P \in \lambda$ che ha distanza minima da r .
3. Si determini l'area della regione finita di piano racchiusa da λ e dalla retta s , simmetrica di r rispetto all'asse x .
4. Si determini il valore di c per il quale la retta $y = c$ divide a metà l'area della regione S del I quadrante compresa tra λ e l'asse x .
5. Si determini il volume del solido di base S le cui sezioni ottenute con piani ortogonali all'asse x sono quadrati.

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione f definita sull'intervallo $[0; +\infty[$ da:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2 (3 - 2 \log x + 1) \quad \text{se } x > 0 \end{cases}$$

e sia C la sua curva rappresentativa nel riferimento Oxy, ortogonale e monometrico.

1. Si stabilisca se f è *continua e derivabile* in 0.
2. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ha, sull'intervallo $[0; +\infty[$, un'unica radice reale e se ne calcoli un valore approssimato con due cifre decimali esatte.
3. Si disegni C e si determini l'equazione della retta r tangente a C nel punto di ascissa $x = 1$.
4. Sia n un intero naturale non nullo. Si esprima, in funzione di n , l'area A_n del dominio piano delimitato dalla curva C , dalla retta tangente r e dalle due rette: $x = \frac{1}{n}$ e $x = 1$.
5. Si calcoli il limite per $n \rightarrow +\infty$ di A_n e si interpreti il risultato ottenuto.

X02U - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - QUINQUENNIO AUTONOMIA

Indirizzi: SCIENTIFICO E SCIENTIFICO - TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si dimostri che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio e si utilizzi il risultato per calcolare $\operatorname{sen}18^\circ$, $\operatorname{sen}36^\circ$.
2. Si dia una definizione di retta tangente ad una curva. Successivamente, si dimostri che la curva $y = x \operatorname{sen} x$ è tangente alla retta $y = x$ quando $\operatorname{sen} x = 1$ ed è tangente alla retta $y = -x$ quando $\operatorname{sen} x = -1$.
3. Si determinino le equazioni di due simmetrie assiali σ e φ la cui composizione $\sigma \circ \varphi$ dia luogo alla traslazione di equazione:

$$\begin{cases} x' = x + \sqrt{5} \\ y' = y - \sqrt{5} \end{cases}$$

Si determinino poi le equazioni della trasformazione che si ottiene componendo le due simmetrie in ordine inverso

4. Una bevanda viene venduta in lattine, ovvero contenitori a forma di cilindro circolare retto, realizzati con fogli di latta. Se una lattina ha la capacità di $0,4$ litri, quali devono essere le sue dimensioni in *centimetri*, affinché sia minima la quantità di latta necessaria per realizzarla? (Si trascuri lo spessore della latta)
5. Come si definisce e quale è l'importanza del numero e di *Nepero* [nome latinizzato dello scozzese John Napier (1550-1617)]? Si illustri una procedura che consenta di calcolarlo con la precisione voluta.
6. Le rette r e s d'equazioni rispettive $y = 1 + 2x$ e $y = 2x - 4$ si corrispondono in una omotetia σ di centro l'origine O . Si determini σ .
7. Come si definisce $n!$ (*n fattoriale*) e quale ne è il significato nel calcolo combinatorio? Quale è il suo legame con i coefficienti binomiali? Perché?
8. Si trovi l'equazione della retta tangente alla curva di equazioni parametriche $x = e^t + 2$ e $y = e^{-t} + 3$ nel suo punto di coordinate $(3, 4)$.
9. Qual è la probabilità di ottenere 10 lanciando due dadi? Se i lanci vengono ripetuti quale è la probabilità di avere due 10 in sei lanci? E quale è la probabilità di avere almeno due 10 in sei lanci?
10. Il 40% della popolazione di un Paese ha 60 anni o più. Può l'età media della popolazione di quel Paese essere uguale a 30 anni? Si illustri il ragionamento seguito per dare la risposta?

Durata massima della prova: 6 ore

E' consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.